 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

UJI NORMALITAS BERDASARKAN METODE ANDERSON-DARLING, CRAMER-VON MISES DAN LILLIEFORS MENGGUNAKAN METODE BOOTSTRAP

Janse Oktaviana Fallo [1], Adi Setiawan[2], Bambang Susanto[3]
[1,2,3] Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Matematika
Universitas Kristen Satya Wacana, Jl. Diponegoro No. 52-60, Salatiga
[1]nonaviana@ymail.com, [2]adi_setia_03@yahoo.com,
[3]bambangs_1999@yahoo.co.id

Abstrak

Uji normalitas dengan menggunakan metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors pada data inflasi bulanan Kota-kota di Bali dan Nusa Tenggara dari bulan Januari 2009 sampai bulan Juni 2013 telah diuji dan dihasilkan data berdistribusi normal. Metode bootstrap diterapkan untuk data tersebut dengan pengulangan B = 10.000, 20.000, 30.000, 40.000 dan 50.000 kali diperoleh nilai-p yang sama atau mendekati hasil pada program R. Selanjutnya dibangkitkan sampel dari distribusi normal dengan ukuran sampel n yang berbeda-beda yaitu n = 10, 20, 30, 40, 50, 100, 200, 500, 1000 dan 2000 kemudian berdasarkan sampel tersebut diuji apakah sampel yang dibangkitkan tersebut memenuhi distribusi normal atau tidak dengan menggunakan ketiga metode tersebut. Bila prosedur tersebut diulang sebanyak B = 10.000, 20.000, 30.000, 40.000 dan 50.000 kali dan ditentukan nilai-p maka seperti yang diharapkan data normal acak yang dibangkitkan dengan mean dan simpangan baku yang sama diperoleh data berdistribusi normal. Sedangkan untuk data acak yang dibangkitkan berdasarkan distribusi eksponensial diperoleh nilai-p lebih kecil dari 0.05 sehingga disimpulkan bahwa data tidak berdistribusi normal.

Kata kunci: Anderson-Darling, Cramer-von Mises, Lilliefors dan Bootstrap

A. PENDAHULUAN

Latar Belakang

Analisis data menggunakan metode statistik parametrik biasanya mengasumsikan data berasal dari distribusi yang normal. Jika data tidak berdistribusi normal atau ukuran sampel sedikit dan jenis data adalah nominal atau ordinal maka metode yang digunakan adalah metode statistik non parametrik. Uji Normalitas merupakan salah satu uji statistik yang digunakan untuk menguji apakah suatu data berdistribusi normal atau tidak. Uji ini dapat digunakan untuk mengukur data berskala ordinal, interval ataupun rasio.

Ada berbagai metode yang dapat digunakan untuk menguji apakah suatu data berdistribusi normal atau tidak, diantaranya adalah Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors, Anderson-Darling, Cramer-von Mises, Shapiro-Wilk dan Shapiro Francia serta termasuk juga dalam hal ini yaitu metode Bootstrap. Dalam penelitian sebelumnya telah diuji normalitas data dengan menggunakan metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises, dan Lilliefors beserta dengan perbandingan ketiga metode tersebut (Fallo dkk, 2013). Dalam penelitian ini akan diuji normalitas data berdasarkan ketiga metode tersebut menggunakan metode Bootstrap. Data real tentang inflasi bulanan dari Badan Pusat Statistik yang akan digunakan sebagai ilustrasi.

Data inflasi bulanan dari BPS tersebut adalah data inflasi bulanan kota-kota yang ada di daerah Bali dan Nusa Tenggara dari bulan Januari 2009 sampai dengan Juni 2013 dan akan dianalisis apakah data berdistribusi normal. Melalui proses perhitungan akan diperoleh nilai kritis dari masing-masing metode dan nilai kritis tersebut yang kemudian akan dibandingkan dengan nilai hitung uji statistik ketiga metode yang dari hasil perbandingannya dapat diketahui apakah data yang digunakan diambil dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak (Fallo dkk, 2013). Kemudian dengan menggunakan metode bootstrap akan dilihat besarnya nilai signifikansi atau nilai-*p* (*p*-value) dan jika nilai-*p* lebih besar 0.05 maka data berdistribusi normal, sedangkan jika sebaliknya maka data tidak berdistribusi normal.

Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka maka permasalahan yang akan dibahas dalam makalah ini adalah bagaimana melakukan uji normalitas berdasarkan metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors menggunakan metode bootstrap.

Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah menerapkan metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors menggunakan metode bootstrap dalam uji normalitas.

Manfaat Penelitian

Untuk mengembangkan dan mengaplikasikan pengetahuan dan keilmuan di bidang matematika khususnya pengujian distribusi normal berdasarkan metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors serta metode bootstrap.

B. DASAR TEORI

Metode Anderson-Darling

Metode Anderson-Darling digunakan untuk menguji apakah sampel data berasal dari populasi dengan distribusi tertentu. Anderson-Darling merupakan modifikasi dari uji Kolmogorv-Smirnov (KS). Nilai-nilai kritis dalam uji KS tidak tergantung pada distribusi tertentu yang sedang diuji sedangkan uji Anderson-Darling memanfaatkan distribusi tertentu dalam menghitung nilai kritis. Ini memiliki keuntungan yang memungkinkan tes yang lebih sensitif, tetapi kelemahannya adalah nilai-nilai kritis harus dihitung untuk setiap distribusi. Tabel nilai-nilai kritis untuk normal, lognormal, eksponensial, Weibull, nilai ekstrim tipe I, dan distribusi logistik dapat dilihat di Anderson dan Darling (1954), Law dan Kelton (1991).

Misalkan $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah data yang akan diuji distribusi normalnya dengan tingkat signifikan α maka uji Anderson-Darling dapat diperoleh dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$A = -n - S \tag{1}$$

dengan

$$S = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[2i-1]\left[\ln\left(F(Z_i)\right) + \ln\left(1 - F(Z_{n+1-i})\right)\right] \tag{2}$$

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}. \tag{3}$$

Akibatnya persamaan (1) menjadi

$$A = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[2i-1]\left[\ln\left(F(Z_i)\right) + \ln\left(1 - F(Z_{n+1-i})\right)\right] \tag{4}$$

dengan

A= statistik uji untuk metode Anderson-Darling,

n= ukuran sampel,

x_i= data ke-i yang telah diurutkan,

Z_i= data x_i yang distandarisasi,

$\bar{x}$= rata-rata data,

s= standar deviasi data,

$F(Z_i)$ = nilai fungsi distribusi kumulatif normal baku di z_i.

Modifikasi dari metode Anderson-Darling menggunakan rumus di bawah ini :

$$A^* = A\left(1 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n^2}\right). \qquad (5)$$

Nilai kritis yang diperoleh adalah dengan menghitung :

$$c_\alpha = a_\alpha\left(1 + \frac{b_o}{n} + \frac{b_1}{n^2}\right) \qquad (6)$$

dengan nilai a_α , b_o , dan b_1 dilihat berdasarkan Tabel A.6 (D'Agustino dan Stephens, 1986). Selain dengan cara menghitung sendiri nilai kritisnya dapat juga dengan melihat tabel nilai kritis untuk Uji Anderson-Darling pada Tabel 4.1-Tabel 4.5 (Kahya, 1991).

Pengujian menggunakan Metode Anderson-Darling dilakukan sebagai berikut :

H_0: data pada sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal,

H_a: data pada sampel berasal dari populasi yang berdistribusi tidak normal.

Jika $A^* > c_\alpha$ maka H_0 ditolak yang berarti data tidak berdistribusi normal dan jika sebaliknya maka H_0 diterima yang berarti data berdistribusi normal.

Metode Cramer-von Mises

Dalam menguji apakah suatu data berdistribusi normal atau tidak maka suatu data dapat diuji dengan menggunakan metode Cramer-von Mises, yang merupakan metode dari H. Cramer dan R. von-Mises yang dipublikasikan oleh D'Agustino dan Stephens (1986). Metode Cramer-von Mises dinyatakan dalam rumus (D'Agustino dan Stephens, 1986) :

$$W^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left(F(Z_i) - \frac{2i-1}{2n}\right)^2 \qquad (7)$$

dengan

W^2 = statistik uji untuk metode Cramer-von Mises,

n= ukuran sampel,

Z_i= data x_i yang distandarisasi berdasarkan (3),

$F(Z_i)$ = nilai fungsi distribusi kumulatif normal baku di z_i.

Modifikasi dari metode Cramer-von Mises dinyatakan dalam rumus di bawah ini :

$$W^{2*} = W^2\left(1 + \frac{0.5}{n}\right) \qquad (8)$$

nilai kritis diperoleh dari (D'Agustino dan Stephens, 1986) :

$$c_\alpha = \frac{c^*}{\left(1 + \frac{0.5}{n}\right)} \qquad (9)$$

dengan nilai c^* dilihat pada Tabel 8.4 (D'Agustino dan Stephens, 1986). Selain dengan cara menghitung sendiri nilai kritisnya dapat juga dengan melihat tabel nilai kritis untuk Uji Cramer-von Mises pada Tabel 4.11-Tabel 4.15 (Kahya, 1991). Dengan hipotesis yang sama dengan hipotesis pada Metode Anderson-Darling maka H_0 ditolak jika $W^{2*} > c_\alpha$ yang berarti tidak berdistribusi normal dan jika sebaliknya maka H_0 diterima yang berarti berdistribusi normal.

Metode Lilliefors

`Metode Lilliefors menggunakan data dasar yang belum diolah dalam tabel distribusi frekuensi. Data ditransformasikan dalam nilai Z untuk dapat dihitung luasan kurva normal sebagai probabilitas kumulatif normal. Probabilitas tersebut dicari bedanya dengan probabilitas kumulatif empiris. Beda terbesar kemudian akan dibanding dengan tabel Lilliefors. Persyaratan yang harus dipenuhi supaya metode ini dapat digunakan adalah

a. Data berskala interval atau ratio (kuantitatif).
b. Data tunggal / belum dikelompokkan pada tabel distribusi frekuensi.
c. Dapat untuk n besar maupun n kecil.

Misalkan $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah data yang akan diuji distribusi normalnya dengan tingkat signifikansi 5% maka nilai statistik uji dengan metode Lilliefors dapat diperoleh dengan menggunakan rumus di bawah ini :

$$L = \max_{1 \le i \le n}(|F(Z_i) - S(Z_i)|) \qquad (10)$$

dengan,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

$$S(Z_i) = \frac{\#\,(z_1, z_2, \dots, z_n \; yang \leq z_i)}{n}, \tag{11}$$

L = statistik uji dengan metode Lilliefors,
Z_i= data x_i yang distandarisasi berdasarkan (3),
$F(Z_i)$ = nilai fungsi distribusi kumulatif normal baku di z_i.
$S(Z_i)$ = nilai fungsi distribusi kumulatif empiris di z_i.

Nilai statistik uji Lilliefors kemudian akan dibandingkan dengan nilai kritis L_{Tabel} berdasarkan tabel nilai kritis Lilliefors (Lilliefors, 1967), jika tingkat signifikan yang diambil adalah 5% dan n diasumsikan lebih dari 30 maka berdasarkan tabel nilai kritis L_{Tabel} -nya dinyatakan dengan :

$$L_{Tabel} = \frac{0.886}{\sqrt{n}}. \tag{12}$$

Sedangkan untuk $n \leq 30$ nilai L_{Tabel} mengikuti nilai pada tabel nilai kritis Lilliefors. Dengan hipotesis yang sama dengan hipotesis pada Metode Anderson-Darlling maka dari hasil perhitungan L dan L_{Tabel} hipotesis H_0 ditolak jika $L > L_{Tabel}$ dan jika tidak demikian maka hipotesis H_0 diterima.

Metode Bootstrap

Menurut Shao dan Tu (1995) serta Davison dan Hinkley (1997) dalam inferensi statistik parametrik klasik, distribusi sampling dianggap sebagai suatu model dengan sifat-sifat probabilitas yang diketahui, seperti asumsi distribusi yang memerlukan formula analitis berdasarkan pada model untuk mengestimasi secara analitis parameter dalam distribusi samplingnya.

Metode bootstrap adalah metode berbasis resampling atau pengambilan sampel terhadap sampel awal satu persatu dengan pengembalian, dan prosedur tersebut diulang sebanyak bilangan besar B kali (Tunang, 2012 dan Kabasarang dkk, 2013). Bootstrap bisa dijelaskan sebagai berikut :

Misalkan dimiliki sampel awal $X_1, X_2, \dots, X_n$. Membuat sampel baru dengan cara membangkitkan sampel dari distribusi anggapan yaitu distribusi normal dengan mean dan simpangan baku diperoleh dari sampel awal. Berdasarkan sampel $X^*_1, X^*_2, \dots, X^*_n$ digunakan untuk menghitung statistik Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors.

$$T^*(X^*_1, X^*_2, \dots, X^*_n) \tag{13}$$

Prosedurnya diulang sebanyak bilangan besar B kali, sehingga diperoleh

$$T^*_1, T^*_2, \dots, T^*_B \tag{14}$$

Nilai-p ditentukan dengan,

$$\text{nilai-}p = \frac{\#(T_i^* < T_{awal})}{B} \tag{15}$$

dengan, i = 1, 2, ..., B dan T_{awal} = nilai statistik uji berdasarkan sampel awalnya (Tunang, 2012). Pengujian normalitas dengan menggunakan metode Bootstrap dilakukan dengan hipotesis berikut :
H_0 : sampel diambil dari populasi yang berdistribusi normal,
H_a : sampel diambil dari populasi yang tidak berdistribusi normal.
Jika tingkat signifikan α =0.05 maka H_0 diterima jika nilai-p lebih besar α dan H_0 ditolak jika sebaliknya.

C. METODE PENELITIAN

a. Data univariat diperoleh dari data sekunder yang merupakan data inflasi bulanan kota-kota di Bali dan Nusa Tenggara dari bulan Januari 2009 sampai bulan Juni 2013 sebanyak 54 sampel.
b. Langkah-langkah analisis data yaitu :

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

- Menentukan nilai mean dan simpangan baku dari data di masing-masing kota.
- Untuk menguji data berdistribusi normal atau tidak maka hasil statistik uji akan dibandingkan dengan nilai kritis untuk masing-masing metode.

c. Nilai-p (metode bootstrap) dihitung dengan cara menggunakan data inflasi pada kota-kota di Bali dan Nusa Tenggara dengan menggunakan metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors dengan pengulangan B=10.000, 20.000, 30.000, 40.000 dan 50.000 kali sehingga diperoleh nilai-p dan akan dilihat apakah nilai-p yang diperoleh sama atau saling mendekati dengan nilai-p pada hasil program R. Nilai-p Bootstrap akan diperoleh berdasarkan sampel.

d. Nilai-p (metode bootstrap) dihitung dengan cara membangkitkan sampel normal ukuran n yang berbeda dengan mean dan simpangan baku yang diperoleh dari data asal yang dipilih yaitu data inflasi pada kota Maumere. Dihitung dengan menggunakan metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors dengan pengulangan B=10.000, 20.000, 30.000, 40.000 dan 50.000 kali sehingga diperoleh $T_1, T_2, \ldots, T_B$. Data yang digunakan adalah data simulasi yang merupakan data acak berdistribusi normal yang dibangkitkan dengan ukuran sampel yang berbeda yaitu n= 10, 20, 30, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000. Nilai-p bootstrap ditentukan berdasarkan sampel yang diperoleh dan diharapkan akan cenderung menerima hipotesis nol. Dengan cara yang sama akan pula dicari untuk data acak yang berdistribusi eksponensial dengan ukuran sampel yang berbeda yaitu n= 10, 20, 30, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000. Dan diharapkan akan cenderung menolak hipotesis nol. Jika nilai-p lebih besar dari tingkat signifikansi α maka H_0 diterima artinya sampel berasal dari distribusi normal sedangkan jika nilai-p lebih kecil dari tingkat signifikansi α maka H_0 ditolak artinya sampel tidak berasal dari distribusi normal.

D. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Uji normalitas dengan menggunakan Metode Anderson Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors.

Akan diuji kenormalan dari data Inflasi bulanan kota-kota di Bali dan Nusa Tenggara dari bulan Januari 2009 sampai bulan Juni 2013 untuk n=54. Berdasarkan data tersebut maka kita peroleh mean dan simpangan baku yang disajikan dalam Tabel 1. Untuk Anderson-Darling hipotesis H_0 ditolak jika $A^* > c_\alpha$ dan diterima jika $A^* < c_\alpha$. Pada Tabel 3 terlihat bahwa A^* untuk kelima kota tersebut $< c_\alpha$ pada Tabel 2 sehingga H_0 diterima artinya data yang dibangkitkan berdistribusi normal. Untuk Cramer-von Mises hipotesis H_0 ditolak jika $W^{2*} > c_\alpha$ dan jika sebaliknya maka H_0 diterima yang dan diterima jika $W^{2*} < c_\alpha$. Dari hasil terlihat bahwa W^{2*} untuk kelima kota tersebut $< c_\alpha$ sehingga H_0 diterima artinya data yang dibangkitkan berdistribusi normal. Dan untuk Lilliefors hipotesis H_0 ditolak jika $L > L_{Tabel}$ dan jika tidak demikian maka hipotesis H_0 diterima. Dari hasil terlihat bahwa $L < c_\alpha$ sehingga H_0 diterima artinya data yang dibangkitkan berdistribusi normal.

Tabel 1. Nilai Mean dan Nilai Simpangan Baku

	Denpasar	Mataram	Bima	Kupang	Maumere
Mean	0.4407	0.5156	0.4596	0.5207	0.5102
Simpangan baku	0.5406	0.9688	0.6343	0.8815	0.9256

Tabel 2. Nilai Kritis

	Nilai Kritis
AD Test	0.7401
CVM Test	0.1248
Lillie Test	0.1206

Tabel 3. Nilai Statistik Uji

	Denpasar	Mataram	Bima	Kupang	Maumere
AD Test	0.4333	0.3787	0.4441	0.3655	0.6011
CVM Test	0.0582	0.0581	0.0638	0.0502	0.0914
Lillie Test	0.0823	0.0871	0.0689	0.0830	0.0798

Tabel 4. Nilai-p pada Program R

	Denpasar	Mataram	Bima	Kupang	Maumere
AD	0.3025	0.4062	0.2851	0.4357	0.1187
CVM	0.3997	0.4003	0.3375	0.5082	0.1477
Lillie	0.4798	0.3873	0.3826	0.4664	0.4423

Uji Hipotesis dengan metode Bootstrap

Untuk menguji normalitas data inflasi bulanan kota-kota di Bali dan Nusa Tenggara akan dilakukan dengan hipotesis H_0 : sampel diambil dari populasi yang berdistribusi normal, H_a : sampel diambil dari populasi yang tidak berdistribusi normal. Dengan tingkat signifikan α =5% akan diuji dengan menggunakan metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors. Kesimpulan untuk H_0 adalah dengan melihat besarnya nilai-*p*, jika nilai-*p* lebih besar 0.05 maka H_0 diterima artinya data inflasi bulanan kota-kota di Bali dan Nusa Tenggara berdistribusi normal.

Berdasarkan metode bootstrap dengan pengulangan *B*=10000, 20000, 30000, 40000 dan 50000 kali maka diperoleh nilai-*p* pada Tabel 5 untuk data inflasi bulanan kota-kota di Bali dan Nusa Tenggara. Terlihat bahwa untuk semua nilai-*p* > 0.05 sehingga H_0 diterima yang berarti data berdistribusi normal. Untuk nilai-*p* pada metode Anderson-Darling dan Cramer-von Mises pada setiap pengulangan dibandingkan dengan hasil nilai-*p* dari program R pada Tabel 4 diperoleh nilai yang hampir sama atau mendekati. Sedangkan untuk nilai-*p* pada metode Lilliefors terdapat perbedaan yang cukup besar.

Tabel 5. Nilai-p Bootstrap

B	Denpasar			Mataram			Bima			Kupang			Maumere		
	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie
10000	0.3132	0.4144	0.3402	0.4164	0.4073	0.2594	0.2870	0.3356	0.6000	0.4427	0.5199	0.3274	0.1231	0.1438	0.3922
20000	0.3136	0.4075	0.3444	0.4153	0.4079	0.2625	0.2887	0.3483	0.6030	0.4397	0.5144	0.3299	0.1163	0.1493	0.3806
30000	0.3080	0.4072	0.3407	0.4137	0.4094	0.2704	0.2867	0.3449	0.6063	0.4437	0.5144	0.3279	0.1199	0.1439	0.3882
40000	0.3068	0.4066	0.3451	0.4147	0.4061	0.2641	0.2903	0.3466	0.6050	0.4425	0.5136	0.3306	0.1196	0.1451	0.3808
50000	0.3050	0.4077	0.3382	0.4141	0.4089	0.2645	0.2862	0.3426	0.6049	0.4410	0.5136	0.3310	0.1187	0.1505	0.3868

Studi Simulasi

Pada simulasi ini dibangkitkan data acak dari distribusi normal dengan ukuran *n*= 10, 20, 30, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000 dan dengan tingkat signifikansi α=5%, akan diuji dengan menggunakan metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors. Berdasarkan metode bootstrap dengan pengulangan *B*=10.000, 20.000, 30.000, 40.000 dan 50.000 kali dan ukuran *n*= 10, 20, 30, 50, 100, 200, 500, 1000 dan 2000 dengan mean dan simpangan baku yang sama maka diperoleh nilai-*p* pada Tabel 6 untuk data yang dibangkitkan berdasarkan data inflasi bulanan kota Maumere yang mean dan simpangan bakunya sama yaitu 0.5102 dan 0.9256. Terlihat bahwa untuk semua nilai-*p* pada data normal yang diperoleh sesuai dengan harapan yaitu > 0.05 sehingga H_0 diterima yaitu data berdistribusi normal. Sedangkan untuk data yang dibangkitkan berdasarkan distribusi eksponensial diperoleh nilai-*p* pada Tabel 7 terlihat bahwa untuk *n*=10 dan 20 pada pengulangan *B*=10.000, 20.000, 30.000, 40.000 dan 50.000 terdapat beberapa nilai-*p* yang tidak sesuai dengan harapan yaitu > 0.05. Sedangkan untuk *n* lain yang semakin membesar nilai-*p* yang diperoleh sesuai dengan harapan yaitu < 0.05 yang berarti data tidak berdistribusi normal.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4

Tabel 6. Nilai-*p* Distribusi Normal untuk *n* dan B Berbeda

n	B=10000			B=20000			B=30000			B=40000			B=50000		
	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie
10	0.1017	0.1764	0.5847	0.0745	0.0687	0.0967	0.2200	0.2514	0.6566	0.0690	0.0559	0.4743	0.4394	0.3613	0.1429
20	0.1449	0.1069	0.1128	0.2266	0.3249	0.5074	0.4743	0.3623	0.3088	0.9212	0.8480	0.8768	0.4516	0.2993	0.1846
30	0.8839	0.7714	0.4846	0.5922	0.5851	0.4836	0.2956	0.2250	0.2770	0.8592	0.8776	0.7930	0.4850	0.5323	0.4708
50	0.4721	0.3520	0.1377	0.1602	0.2461	0.1540	0.8527	0.7643	0.7384	0.5538	0.3994	0.3597	0.2822	0.3659	0.4212
100	0.2733	0.1945	0.5173	0.1341	0.1116	0.0984	0.3850	0.5243	0.4980	0.2955	0.3638	0.2999	0.3171	0.2793	0.1500
200	0.8065	0.8415	0.7301	0.4531	0.4303	0.5311	0.4266	0.3509	0.4799	0.4514	0.3964	0.2550	0.5264	0.3968	0.5124
500	0.8618	0.8159	0.6202	0.0655	0.0991	0.0641	0.7077	0.7679	0.7997	0.3899	0.2697	0.0793	0.6375	0.5259	0.8181
1000	0.6680	0.6817	0.7953	0.4143	0.5039	0.3162	0.3363	0.4455	0.3988	0.5488	0.4547	0.5607	0.5727	0.5058	0.5836
2000	0.1217	0.0871	0.1379	0.0919	0.1122	0.1471	0.4052	0.2545	0.2541	0.6373	0.7554	0.7837	0.5603	0.5372	0.6739

Tabel 7. Nilai-*p* Distribusi Eksponensial untuk *n* dan B Berbeda

n	B=10000			B=20000			B=30000			B=40000			B=50000		
	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie	AD	CVM	Lillie
10	0.4244	0.4835	0.3804	0.3331	0.4179	0.5785	0.0539	0.0445	0.0091	0.0051	0.0096	0.0611	0.0688	0.0751	0.0883
20	0.0012	0.0014	0	0	0.0010	0.0182	0.0002	0.0003	0	0.0023	0.0088	0.0554	0.0245	0.0627	0.0488
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0003	0.0127	0.0001	0.0005	0.0004	0.0004	0.0016
50	0	0	0.0017	0	0	0.0005	0	0.0015	0.0176	0	0	0	0	0	0
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

E. PENUTUP

Hasil pembahasan uji normalitas menggunakan metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors adalah uji normalitas pada data inflasi bulanan kota-kota yang ada di Bali dan Nusa Tenggara dengan n=54 diperoleh nilai statistik uji yang lebih besar dari nilai kritis sehingga H_0 diterima yang berarti data inflasi bulanan kota-kota di Bali dan Nusa Tenggara berdistribusi normal. Dari data inflasi bulanan kota-kota di Bali dan Nusa Tenggara dengan menggunakan pengulangan B=10.000, 20.000, 30.000, 40.000 dan 50.000 diperoleh nilai-p untuk metode Anderson-Darling dan Cramer-von Mises yang hampir sama atau mendekati nilai-p sesuai perhitungan R, sedangkan untuk Lilliefors hasilnya cenderung berbeda tetapi hasilnya masih tetap sama yaitu data berdistribusi normal. Kemudian dengan sampel dari distribusi normal data acak yang dibangkitkan dengan n=10, 20, 30, 50, 100, 200, 500, 1000 dan 2000 dilakukan simulasi dengan membangkitkan data acak yang berdistribusi normal dengan pengulangan B=10.000, 20.000, 30.000, 40.000 dan 50.000 dan diperoleh hasil sesuai dengan yang diharapkan yaitu untuk data normal acak yang dibangkitkan diperoleh hasil nilai-p yang > 0.05 sehingga H_0 diterima yang berarti data berdistribusi normal. Sedangkan untuk distribusi eksponensial pada n yang kecil = 10 dan 20 terdapat nilai-p yang > 0.05, dan untuk n lain yang semakin membesar nilai-p < 0.05 yang berarti data tidak berdistribusi normal.

F. DAFTAR PUSTAKA

Anderson, T.W., Darling, D.A. (1954). A Test of Goodness of Fit, *Journal of American Statistics Association*, pp. 765-767.

D' Agostino, R.B. and Stephens, M.A. (1986). *Goodness-of-fit Techniques*. New York: Marcel Dekker.

Fallo, J.O., Setiawan A., dan Susanto B. (2013). Perbandingan Uji Normalitas Berdasarkan Metode Anderson-Darling, Cramer-von Mises dan Lilliefors. *Prosiding Seminar Nasional Matematika UNNES.*

Kahya, Goksel.B.S (1991). *New Modified Anderson-Darling and Cramer-von Mises Goodness-of-fit Tests for a Normal Distribution with Specified Parameters*. Ohio.

Kabasarang D., Setiawan A., dan Susanto B. (2013). Uji Normalitas Menggunakan Statistik Jarque-Bera Berdasarkan Metode Bootstrap. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika XXI UNY.*

Law, A.M. and Kelton W.D. (1991) *Simulation Modeling and Analysis*. McGraw- Hill.

Lilliefors, H.W. (1967). On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown. *Journal of American statistical association*, Vol. 62, No 318, pp. 399-402.

Tunang, H. (2012). *Pengujian Normalitas Data Curah Hujan, di Kecamatan Galela Barat Berdasarkan Statistik Liliefors dengan Metode Boostrap Parametrik.* Skripsi Universitas Halmahera Tobelo.

Web1 http://www.bps.go.id/aboutus.php?inflasi=1. Diunduh pada 18 Juli 2013 pukul 15.20.

Web2 http://arini2992.blogspot.com/2011/04/*metode-lilliefors-untuk uji_normalitas*.html. Diunduh pada 20 Juli 2013 pukul 21.05.

Web3 http://gamatika.wordpress.com/2011/03/23/metode-bootstrap/. Diunduh pada 06 September 2013 pukul 08.13